An exact treatment of nonlinear dielectric relaxation

森田, 昭雄

3) R. Kretschmer, K. Binder and D. Stauffer, J. Stat. Phys. **15** (1976), 267.
4) Z. Csépes and Z. Rácz, J. Phys. A : Math. Gen. **11** (1978), 575.
5) R. Bausch and H. K. Janssen, Z. Physik **B25** (1976), 275.
6) Z. Rácz, and T. Tél, Phys. Lett. **60A** (1977), 3.
7) H. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **58** (1977), 2004.
8) M. F. Collins and H. C. Teh, Phys. Rev. Letters **30** (1973), 781.
9) Z. Rácz, Phys. Rev. **B13** (1976), 263.
10) I. Hatta and M. Shibuya, J. Phys. Soc. Japan **45** (1978) No. 2.
11) M. Sato and K. Hirakawa, J. Phys. Soc. Japan **42** (1977), 433.

An exact treatment of nonlinear dielectric relaxation

秋田大・教育　　森　田　昭　雄*

回転ブラウン運動の取り扱いは並進ブラウン運動の理論に比較すると進展が遅れている。その原因はオエラーの運動方程式よりも明らかなように非線型項が随所に表われるからである。そこで非線型，非平衡の統計力学の問題としてこの回転ブラウン運動を取り扱うことは興味あるばかりでなく数々の物理現象の解釈に有用である。

最も古典的な理論を始めたDebye[1]は(i)回転体を剛体球とみなす(ii)熱運動エネルギーk_BT（k_B：ボルツアン定数，T：絶対温度）にくらべて外部電場と双極子より成る相互作用エネルギーが非常に小さい（線型応答）(iii)慣性項が無視できるという三つの仮定を導入して回転ブラウン運動を考察した。後，Perrin[2]は(i)を取り除き(ii)と(iii)はそのままにして楕円体を扱った。Sack[3]は(iii)を全面的に考慮し，(i)と(ii)はそのままにして双極子相関関数を計算している。Lewis, McConnell 及び Scalife[4]はSackの取り扱いを確率微分方程式の立場より考察している。最近，筆者は(i)と(ii)を同時に取り除き，それに伴う新しい結果を報告している。[5)6)]

本報告では(iii)をそのままにし，(i)を対称ゴマに拡張した回転Smoluchowski方程式[7)]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{D}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sin\theta\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta} + e(t)\sin\theta\,\rho\right)\right] \qquad (1)$$

を用い(ii)を全面的に考慮して分極がいかにして正確に計算できるかを示すのが主な目的である。(1)式でρは確率密度，tは時間，Dは回転拡散定数，θは外部電場$E(t)$と双極子μがなす角，それに

$$e(t) = \mu E(t)/k_B T \qquad (2)$$

である。

ρを Legendre polynomials $P_n(\cos\theta)$で展開し，

$$\rho(\theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) P_n(\cos\theta) \qquad (3)$$

(1)式に代入すると，

$$\frac{da_0}{dt} = 0$$

$$\frac{da_n(t)}{dt} = -Dn(n+1)a_n(t) + De(t)n(n+1)\left(\frac{a_{n-1}(t)}{2n-1} - \frac{a_{n+1}}{2n+3}\right) \qquad (4)$$

$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

を得る。すなわち(1)式を解くことは連立微分方程式(5)を解く問題に還元される。

一定電場E_0を$t = 0$で加え，そのまま平衡に達するまで加えた時の分極を求めるため，(5)式のラプラス変換を取ることにより，

$$\int_0^{\infty} \langle\cos\theta(t)\rangle e^{-st}dt = \frac{2De_0}{3}\cdot\frac{1}{S}\cdot\cfrac{1}{S + 2D + \cfrac{\gamma_1 (De_0)^2}{S + 2(3D) + \cfrac{\gamma_2 (De_0)^2}{S + 3(4D) + \ddots}}} \qquad (5)$$

を得る。ここで$\langle\cdots\rangle$はアンサンブル平均を意味し，

$$\gamma_n = \frac{n(n+1)^2(n+2)}{(2n+3)(2n+1)} \qquad (6)$$

である。(5)式は一定電場を加えた時の$<\cos\theta(t)>$に対する正確な解である。

$E(t)=E_u+E_a\cos\omega t$ が非常に長い間加えている場合についても$<\cos\theta(t)>$の値が計算された。

本報告について，詳細は後程発表予定の論文[8]を参照されたい。

*本報告の大部分は，Engineering School, Trinity College, Dublin, Irelandにて完成された。

参考文献

1) P. Debye, "Polar Molecule" (1929) Dover, New York.

2) F. Perrin, J. Phys. Rad. **1** (1934) 497.

3) R. A. Sack, Proc. Phys. Soc. **B70** (1957) 414.

4) J. T. Lewis, J. McConnell and B. K. P. Scaife, Proc. R. Ir. Acad. **76A** (1976) 43

5) A. Morita, 13th IUAP Conference on Statistical Physics (1977)

6) A. Morita, J. Phys. D (Applied Physics) **11** (1978) L1

7) A. Morita, J. Phys. D (Applied Physics) **11** (1978) L9

8) A. Morita, J. Phys. D (Applied Physics) in press (1978)